

# 节点中心性对复杂网络传播模式的影响分析\*

苏臻 高超† 李向华

(西南大学计算机与信息科学学院, 重庆 400715)

## S1 无标度网络 ( $G_2$ — $G_{12}$ ) 下传播规模交叉现象的仿真

关于传播规模交叉现象, 正文给出BA无标度网络 ( $G_1$ ) 下的仿真结果, 网络 ( $G_2$ — $G_{12}$ ) 下的仿真结果如下.

### S1.1 BA无标度网络 ( $G_2, G_3$ ) 下传播规模交叉现象的仿真

图 S1 和图 S2 所示仿真结果显示出: 在BA无标度网络 ( $G_2, G_3$ ) 下, 一方面, 多数仿真结果存在传播规模交叉的现象, 即初始感染最小中心性节点情况下的病毒传播规模超越初始感染最大中心性节点的情况, 在SI模型下, 当初始感染比例提升到20%时, 传播规模交叉的现象普遍存在; 另一方面, 随着初始感染比例的提升, 交叉时间点呈现出不断提前的趋势, 传播规模交叉的现象愈加明显.

为了进一步验证这一现象的存在性, 我们进一步在其他人工网络和标准网络中进行仿真实验.

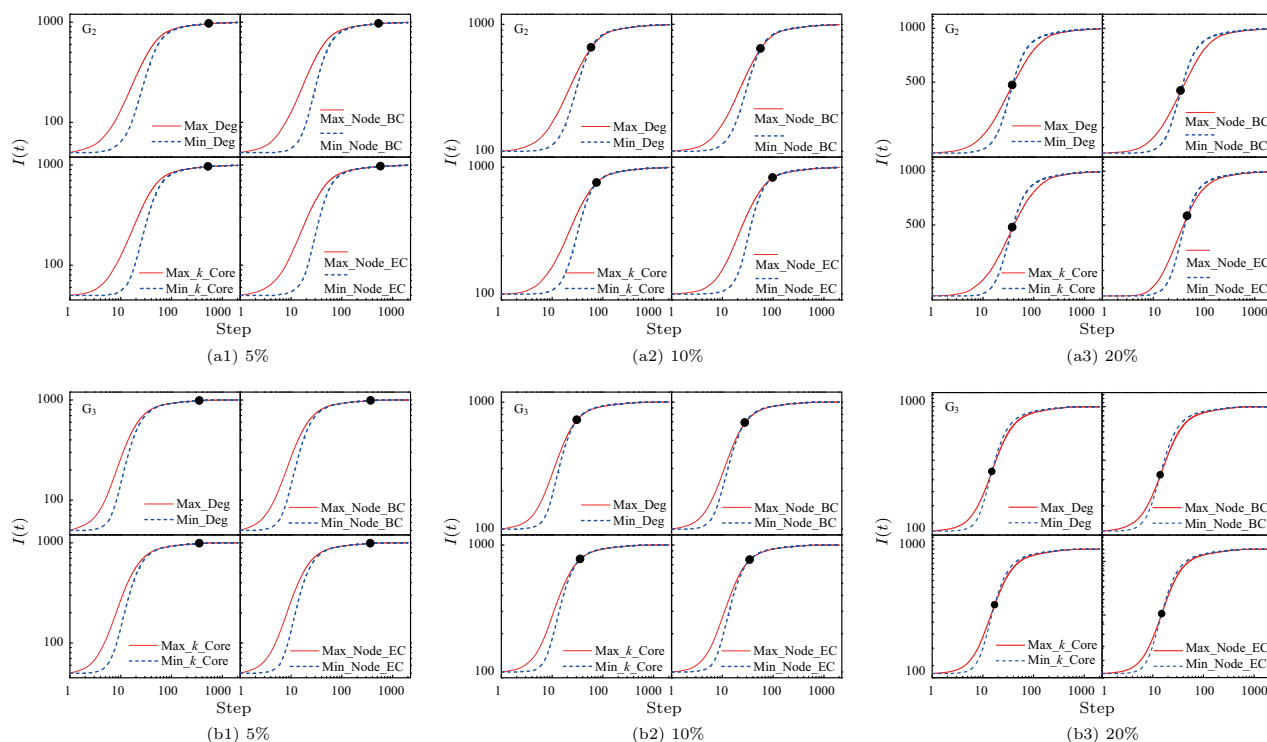


图 S1 基于邮件病毒传播模型, 初始感染比例为5%, 10% 和20% 时病毒在BA无标度网络 ( $G_2, G_3$ ) 中的传播示意图

Fig. S1. The illustrations of dynamic propagation processes in  $G_2$  and  $G_3$  based on the email propagation model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

\* 国家自然科学基金(批准号: 61402379, 61403315)、中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: XDJK2016A008, XDJK2016B029)和重庆市科技研发基地建设计划(国际科技合作)项目(批注号: cstc2015gjhz40002)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cgao@swu.edu.cn

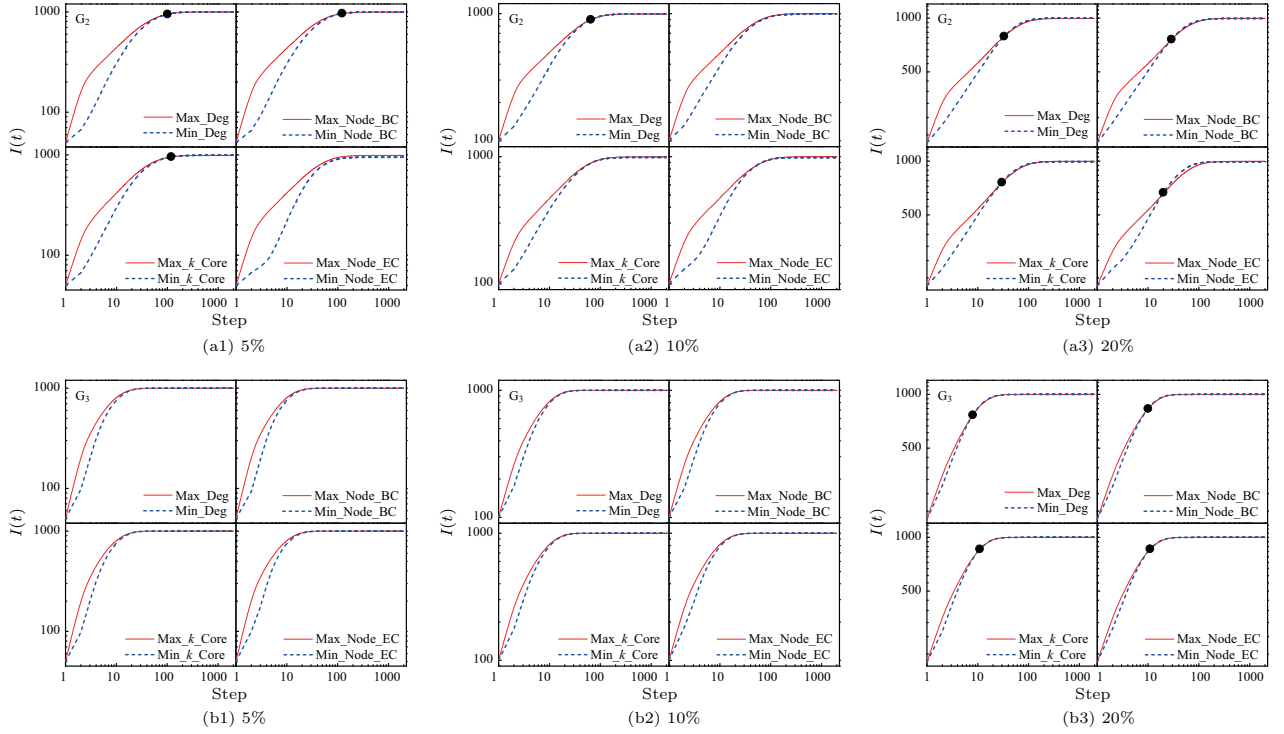


图 S2 基于 SI 模型, 初始感染比例为 5%、10% 和 20% 时病毒在 BA 无标度网络 ( $G_2$ ,  $G_3$ ) 中的传播示意图

Fig. S2. The illustrations of dynamic propagation processes in  $G_2$  and  $G_3$  based on the SI model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

## S1.2 基于 GLP 算法的人工网络 ( $G_4$ — $G_7$ ) 下传播规模交叉现象的仿真

从图 S3 和图 S4 所示结果可以看出, 基于 GLP 算法的人工网络 ( $G_4$ — $G_7$ ) 下的仿真实验同样揭示出传播规模交叉的现象, 并且随着初始感染比例的提升, 交叉点也呈现出提前的趋势, 传播规模交叉的现象也更加显著. 结合图 S1—S4 的结果, 我们得出以下结论:

- 1) 在人工无标度网络下, 初始感染比例相对较高时, 初始感染最大、最小中心性节点下的传播过程存在传播规模交叉的现象;
- 2) 随着初始感染比例的提升, 传播规模交叉点呈现提前的趋势.

## S1.3 标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 下传播规模交叉现象的仿真

标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 下的仿真结果, 如图 S5 和 S6, 进一步验证了传播规模交叉现象的存在, 即在具有无标度特性的网络下, 一方面, 初始感染比例相对较高时, 初始感染最大、最小中心性节点下的传播过程存在传播规模交叉的现象; 另一方面, 初始感染比例的提升会促使交叉点的提前. 但是, 在星形结构较多的网络 (如  $G_8$ ) 中, 由于网络结构的影响, 只有中心位置的节点被感染才能提高传播速率、扩大传播规模, 因此仿真结果可能存在不稳定性, 如图 S5 (a1)—(a3) 和图 S6 (a1)—(a3), 其中图 S6 (a1)—(a3) 表明在 SI 模型下, 随着初始感染比例的升高, 初始感染最小中心性节点下的传播过程不断逼近初始感染最大中心性节点的情况. 因此, 初始感染比例足够高的情况下, 即使在星形结构较多的网络中仍然可能存在传播规模交叉的现象.

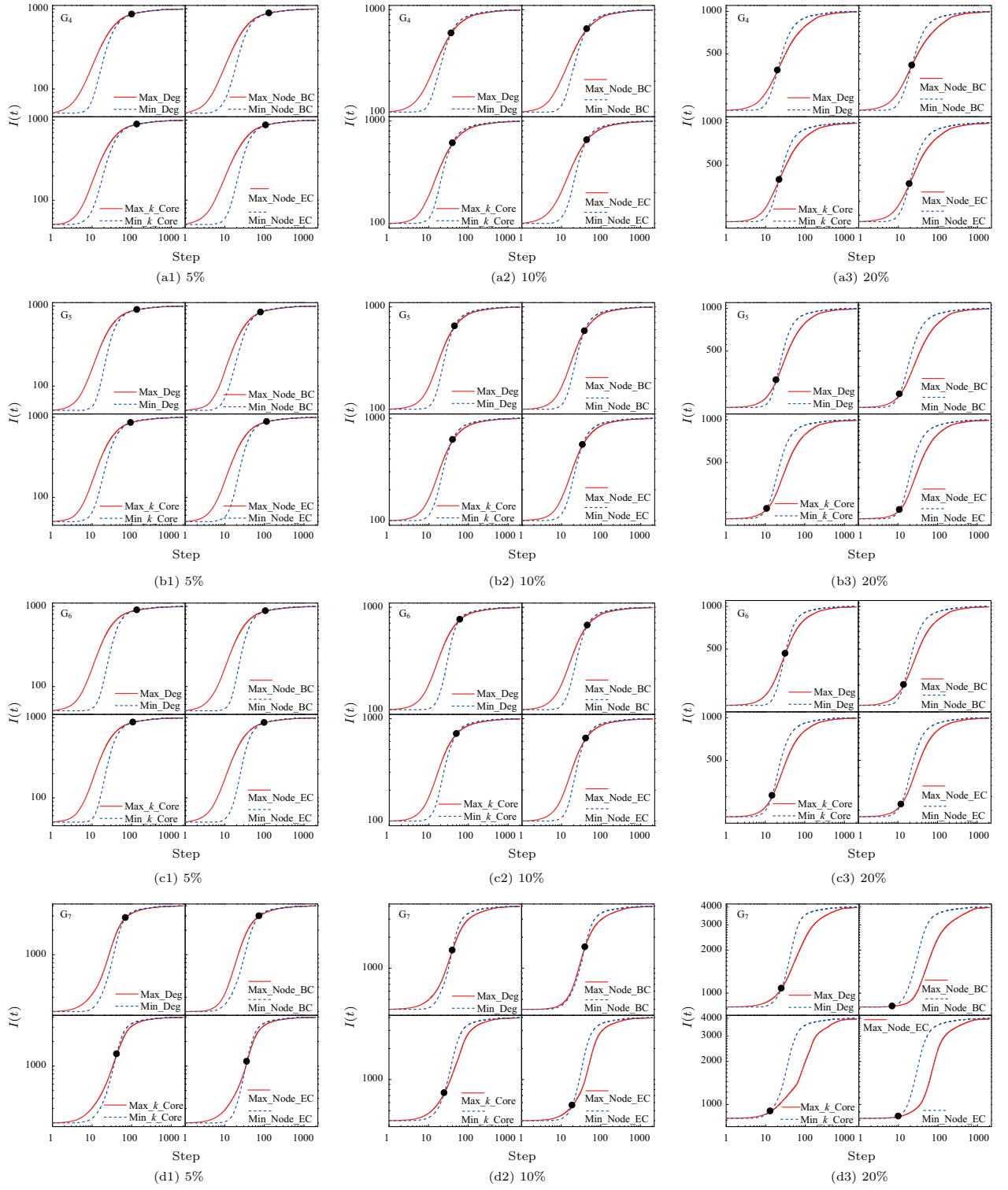


图 S3 基于邮件病毒传播模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在人工网络 ( $G_4$ — $G_7$ ) 中的传播示意图

Fig. S3. The illustrations of dynamic propagation processes in  $G_4$ — $G_7$  based on the email propagation model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

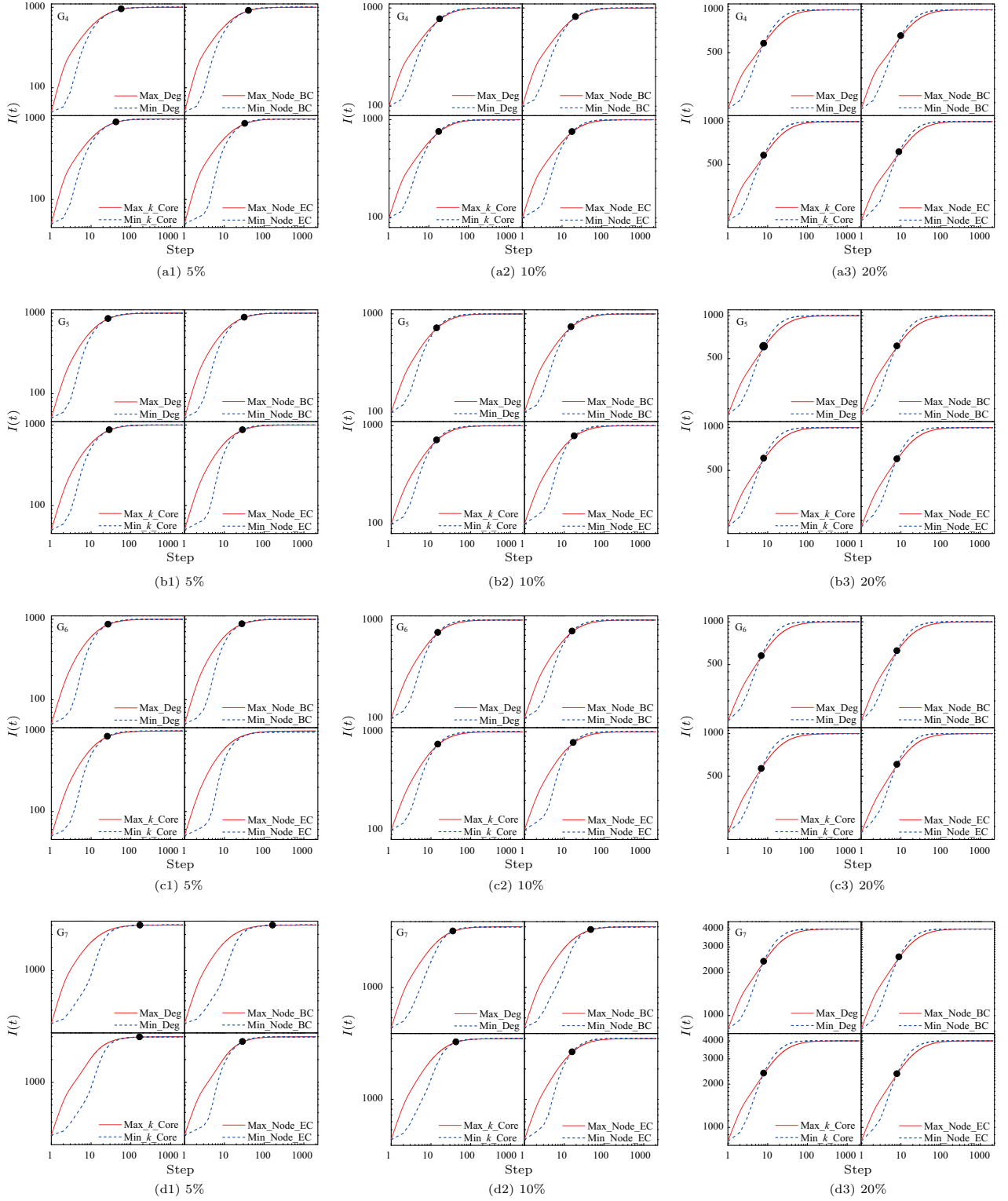


图 S4 基于 SI 模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在人工网络 ( $G_4$ — $G_7$ ) 中的传播示意图

Fig. S4. The illustrations of dynamic propagation processes in  $G_4$ — $G_7$  based on the SI model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

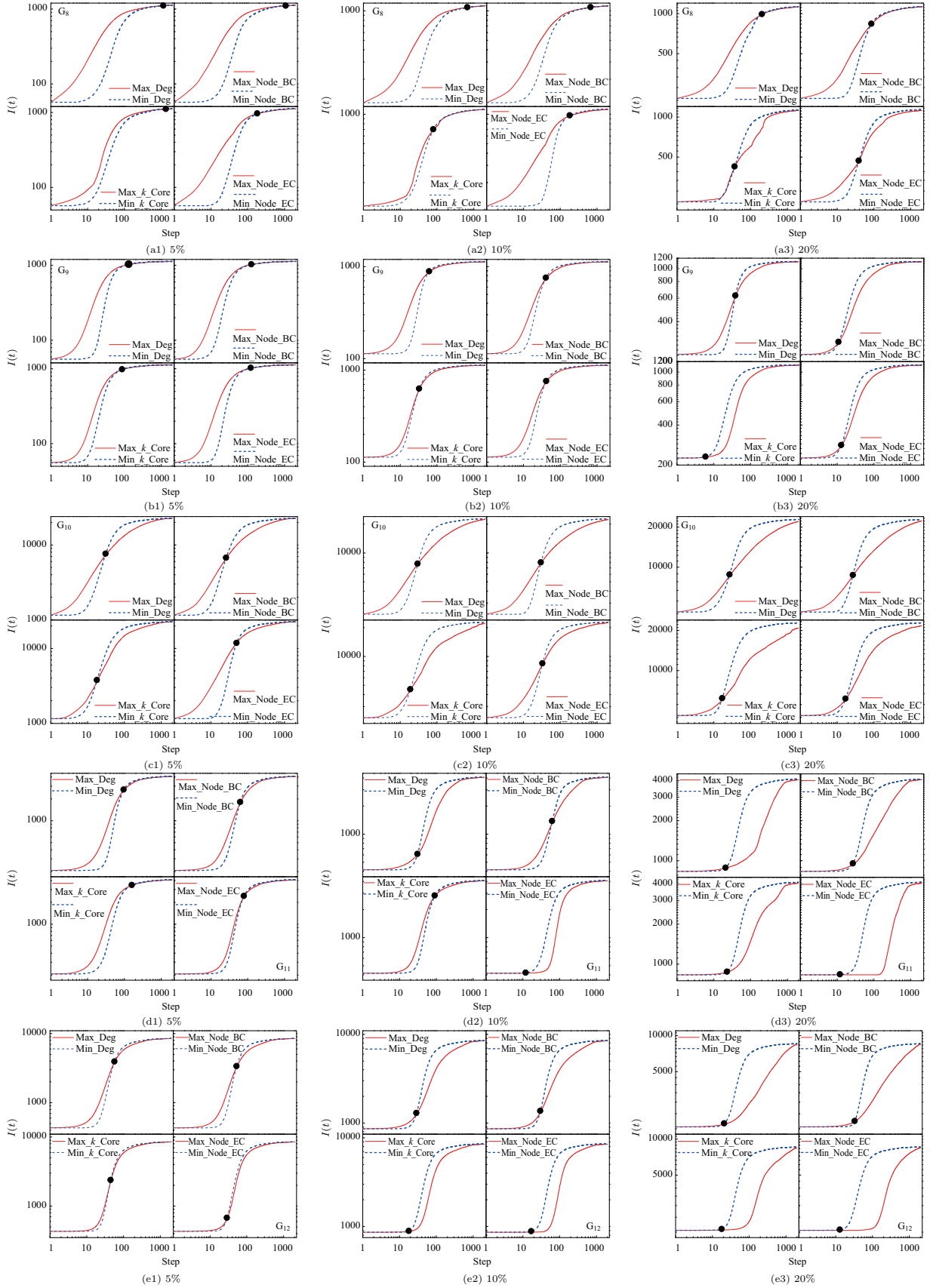


图 S5 基于邮件病毒传播模型，初始感染比例为 5%、10% 和 20% 时病毒在标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 中的传播示意图  
 Fig. S5. The illustrations of dynamic propagation processes in  $G_8$ — $G_{12}$  based on the email propagation model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

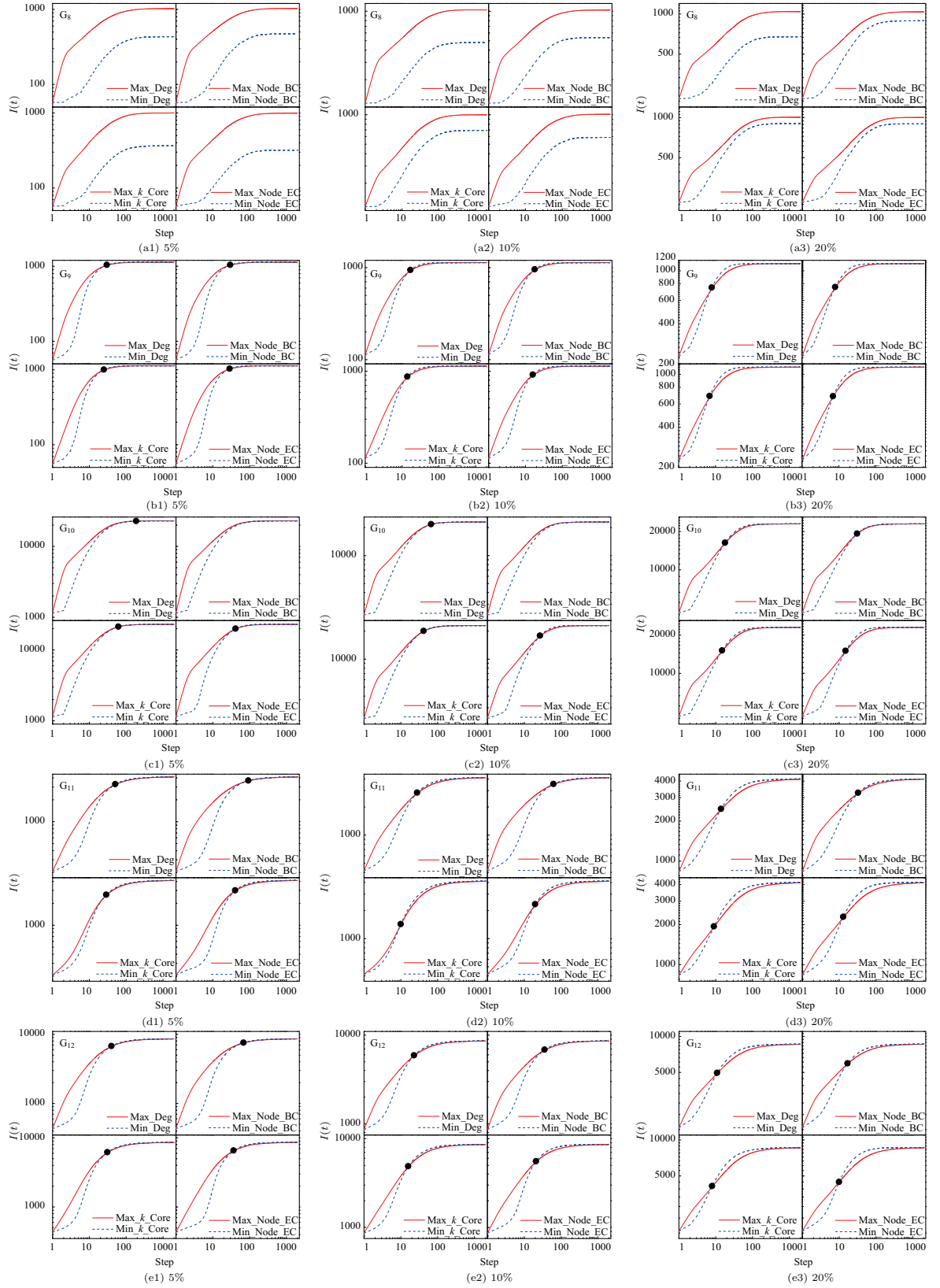


图 S6 基于 SI 模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 中的传播示意图

Fig. S6. The illustrations of dynamic propagation processes in  $G_8$ – $G_{12}$  based on the SI model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

## S2 无标度网络 ( $G_2$ — $G_{12}$ ) 下传播速率的变化

网络 ( $G_2$ — $G_{12}$ ) 下的传播增量变化如下.

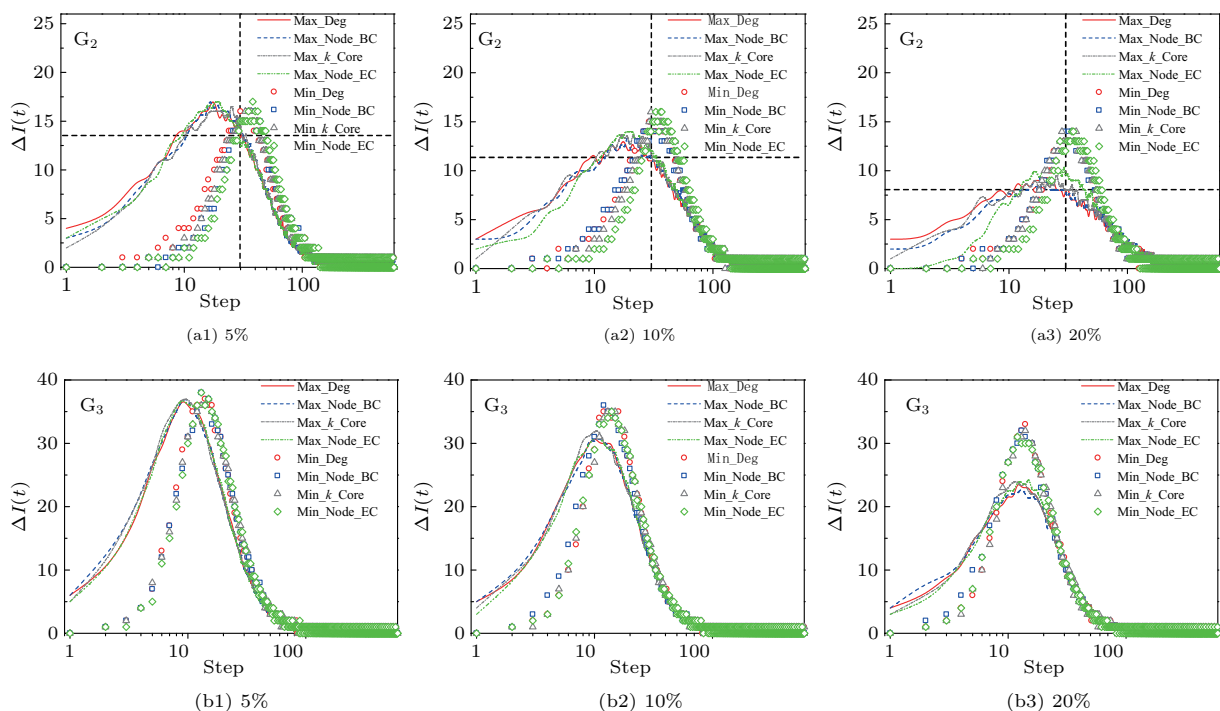


图 S7 基于邮件病毒传播模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在 BA 无标度网络 ( $G_2$ ,  $G_3$ ) 中的传播增量示意图

Fig. S7. The illustrations of dynamic changes of the incremental infected nodes in  $G_2$  and  $G_3$  based on the email propagation model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

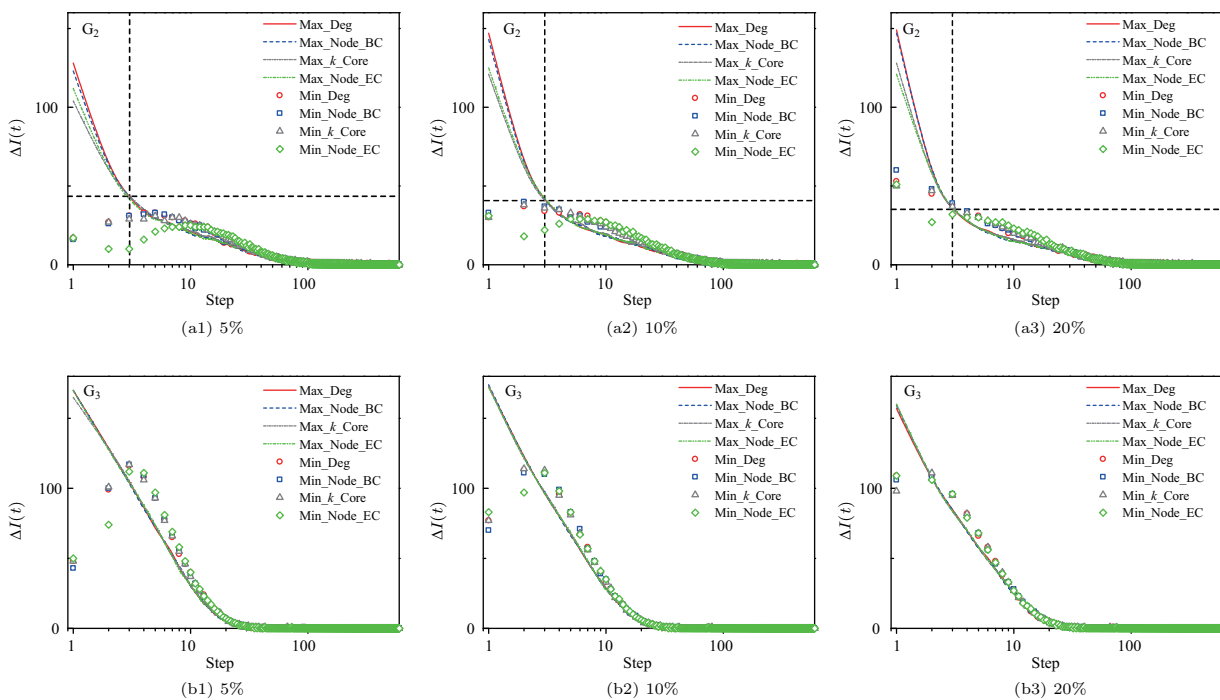


图 S8 基于 SI 传播模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在 BA 无标度网络 ( $G_2$ ,  $G_3$ ) 中的传播增量示意图

Fig. S8. The illustrations of dynamic changes of the incremental infected nodes in  $G_2$  and  $G_3$  based on the SI model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

## S2.1 BA 无标度网络 ( $G_2, G_3$ ) 下传播速率的变化

BA 无标度网络 ( $G_2, G_3$ ) 下的仿真结果, 如图 S7 和图 S8 所示, 显示以下两点特性:

- 1) 初始感染比例的提升对这种传播优势有明显的抑制作用; 相对地, 初始感染最小中心性节点情况下的传播速率几乎不受负面影响;
- 2) 由于传播速率的变化, 在初始感染最大、最小中心性节点情况下的传播过程中, 初次传播速率交叉点呈现出逐渐提前的趋势。

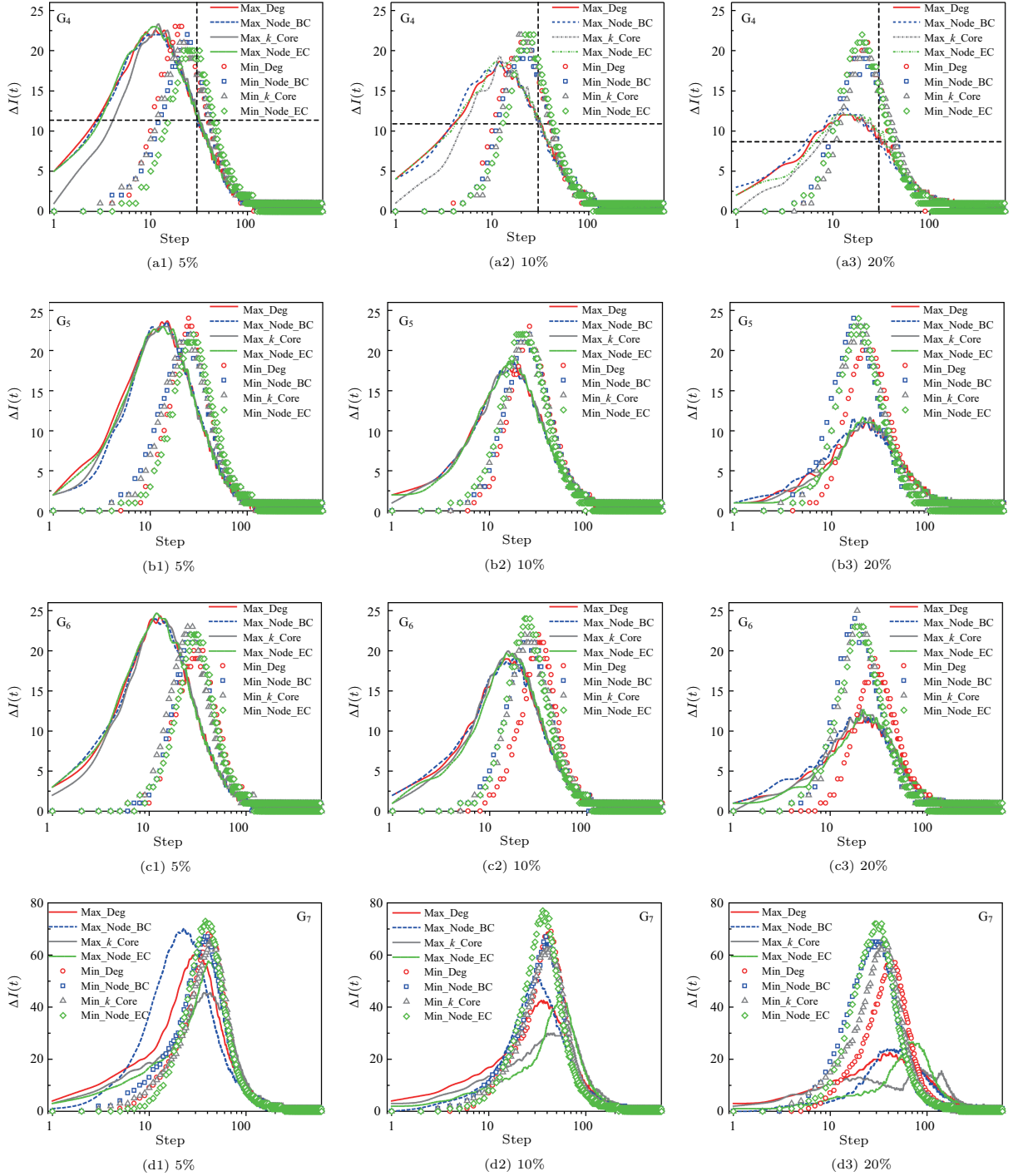


图 S9 基于邮件病毒传播模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在人工网络 ( $G_4$ — $G_7$ ) 中的传播增量示意图

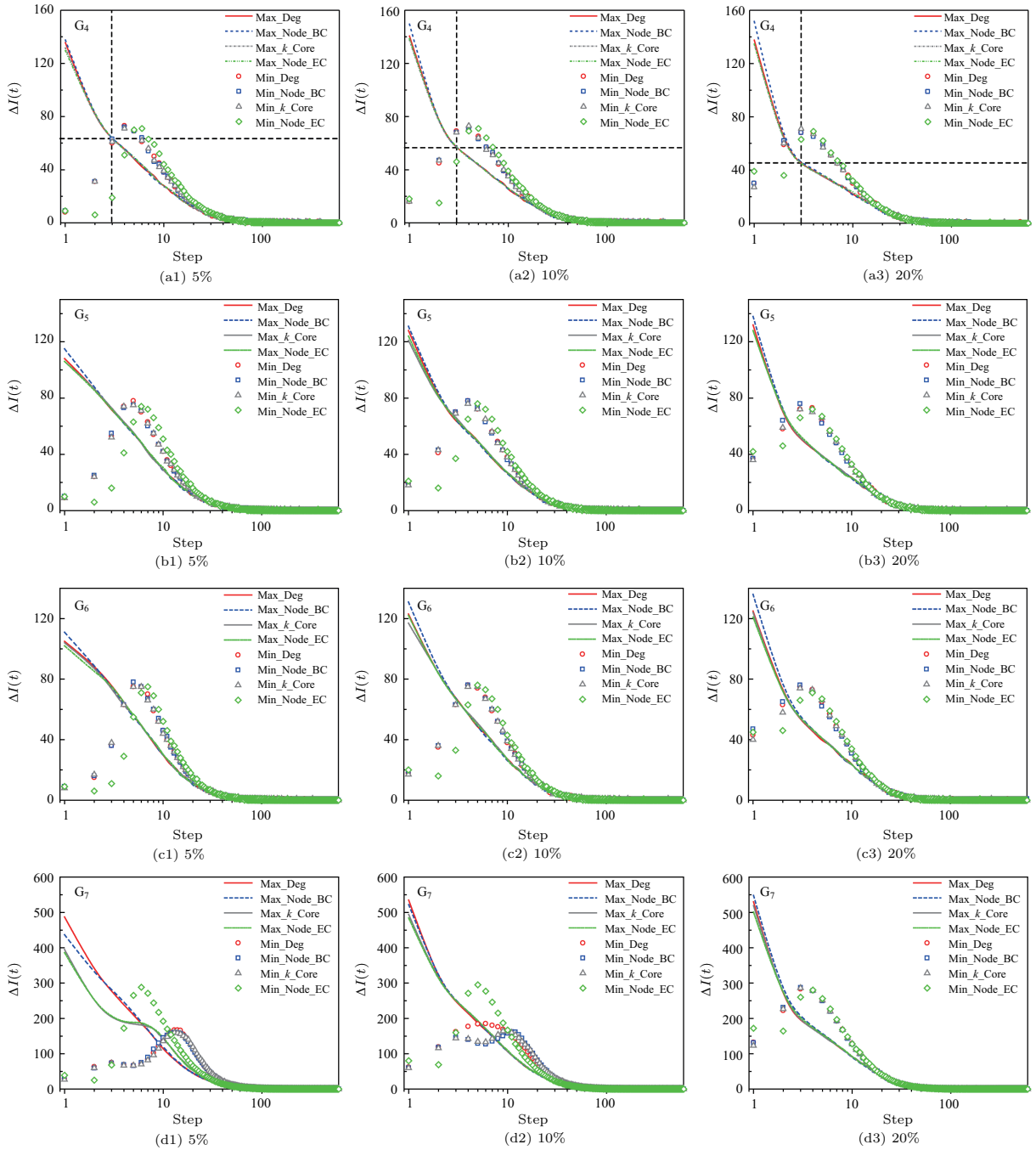
Fig. S9. The illustrations of dynamic changes of the incremental infected nodes in  $G_4$ — $G_7$  based on the email propagation model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).



## S2.2 基于GLP算法的人工网络( $G_4$ — $G_7$ )下传播速率的变化

在基于GLP算法的人工网络( $G_4$ — $G_7$ )中,不同传播模型下的传播增量图,如图S9和图S10所示,同样揭示出初始感染比例的提升对初始感染最大中心性节点情况产生较大的负面影响.结合图S7—S10,我们得出以下结论:

- 1) 在人工无标度网络下,初始感染比例的提升显著抑制了初始感染最大中心性节点情况下的传播速率;相对地,初始感染最小中心性节点情况下的传播速率保持稳定;
- 2) 初始感染比例的提升对两种传播过程产生的不同影响进一步引起初次传播速率交叉点呈现出逐渐提前的趋势.



图S10 基于SI传播模型,初始感染比例为5%,10%和20%时病毒在人工网络( $G_4$ — $G_7$ )中的传播增量示意图

Fig. S10. The illustrations of dynamic changes of the incremental infected nodes in  $G_4$ — $G_7$  based on the SI model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

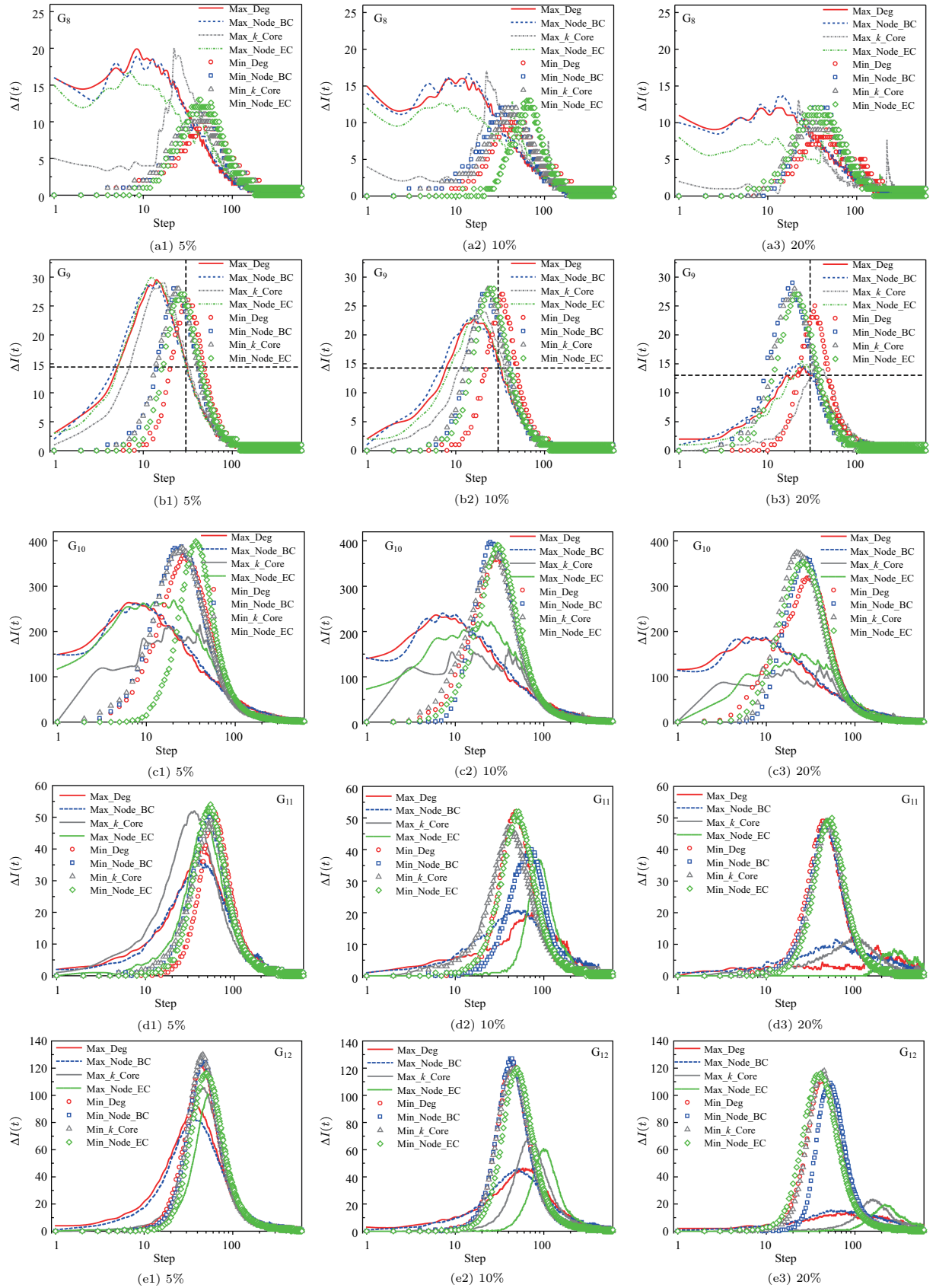


图 S11 基于邮件病毒传播模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 中的传播增量示意图

Fig. S11. The illustrations of dynamic changes of the incremental infected nodes in  $G_8$ — $G_{12}$  based on the email propagation model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

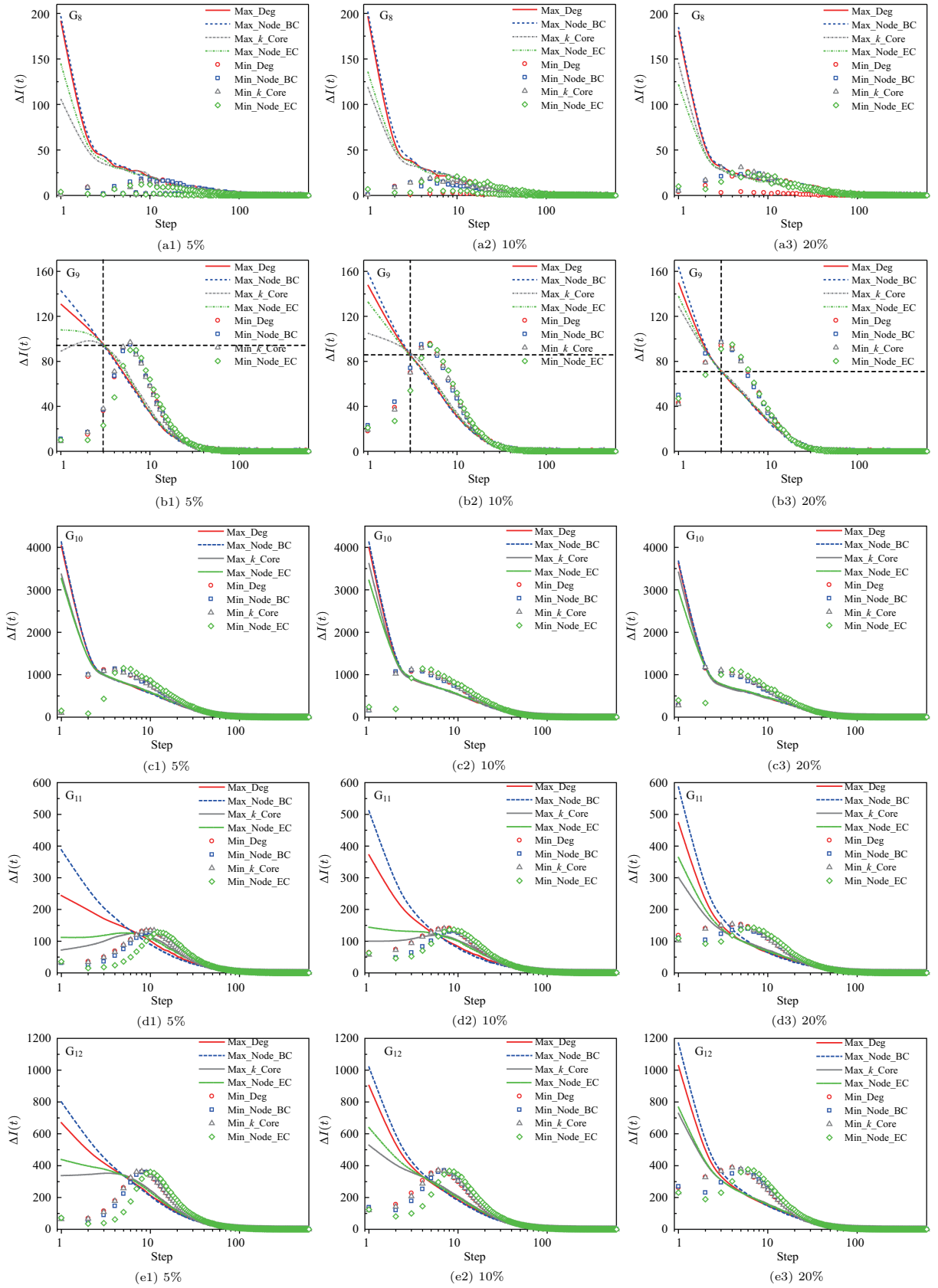


图 S12 基于 SI 传播模型，初始感染比例为 5%、10% 和 20% 时病毒在标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 中的传播增量示意图

Fig. S12. The illustrations of dynamic changes of the incremental infected nodes in  $G_8$ — $G_{12}$  based on the SI model, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities (i.e., degree, betweenness,  $k$ -core and eigenvector).

## S2.3 标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 下传播速率的变化

图 S11 和图 S12 进一步验证, 在标准网络 ( $G_8$ — $G_{12}$ ) 下, 初始感染比例的提升对初始感染最大中心性节点情况下的传播过程产生明显的抑制效果. 结合以上传播感染图 (图 S1—S6) 以及传播增量图 (图 S7—S12), 得到以下与传播速率和传播规模交叉相关的传播特性:

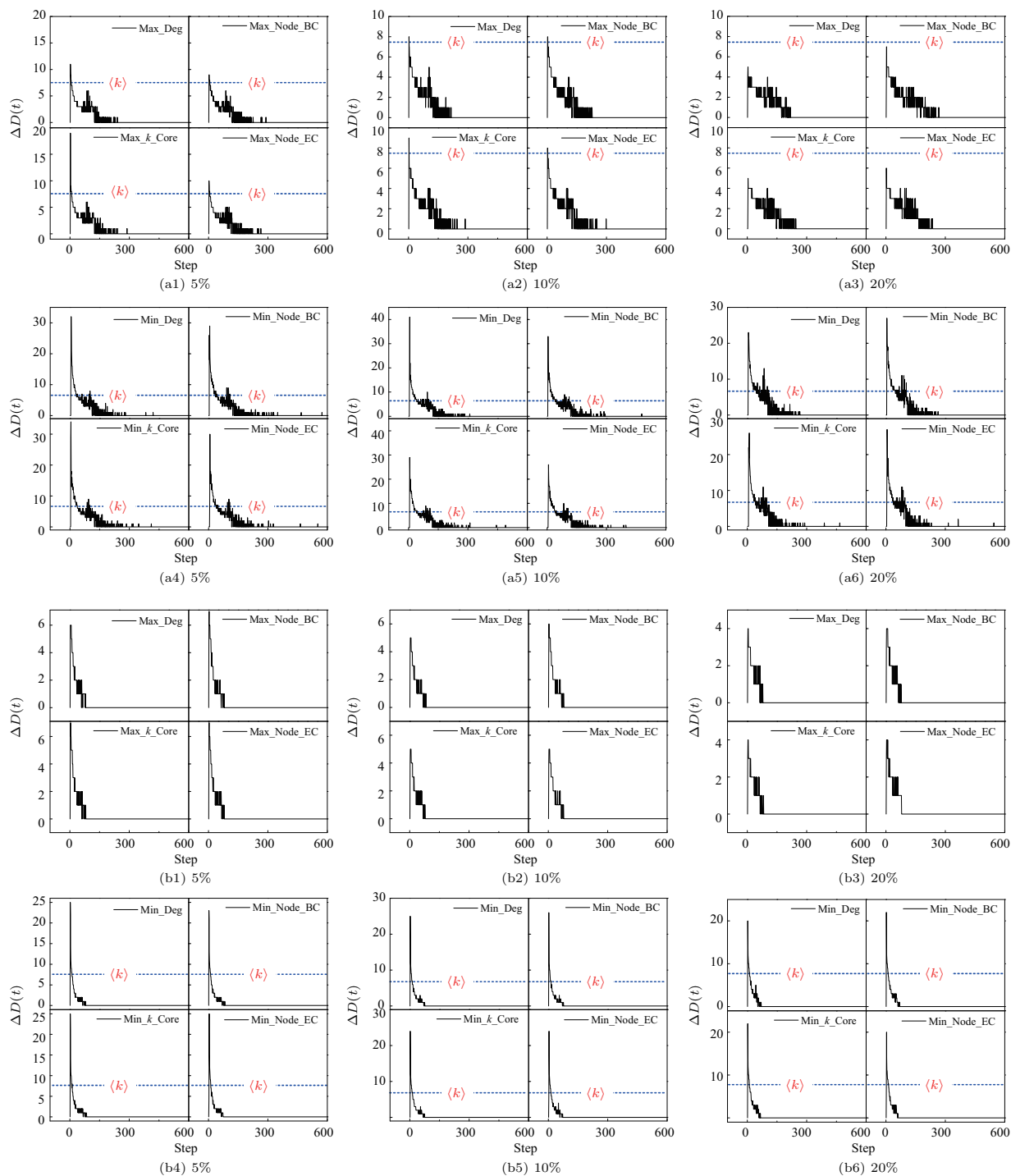


图 S13 基于 (a1)—(a6) 邮件病毒传播模型和 (b1)—(b6) SI 传播模型, 初始感染比例为 5%, 10% 和 20% 时病毒在人工网络 ( $G_4$ ) 中的平均感染度示意图

Fig. S13. The illustrations of average degree of the incremental infected nodes in  $G_4$  based on the (a1)—(a6) email propagation model and (b1)—(b6) SI model respectively, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities.

- 1) 在具有无标度特性的网络中, 初始感染比例的不断提高会抑制初始感染最大中心性节点情况下的传播速率, 进一步影响传播规模的扩大; 相对地, 初始感染最小中心性节点情况下的传播速率几乎不受负面影响;
- 2) 两种传播过程受到的不同影响, 促使传播过程中的初次传播速率交叉点呈现不断提前的趋势, 进一步可能引起传播规模交叉点的产生以及不断提前;
- 3) 网络结构对传播过程具有显著的影响; 在具有较多星形结构的  $G_8$  网络中, 由于网络结构的影响, 传播速率以及传播规模交叉的现象不易产生, 这一点在 SI 模型下表现更为明显.

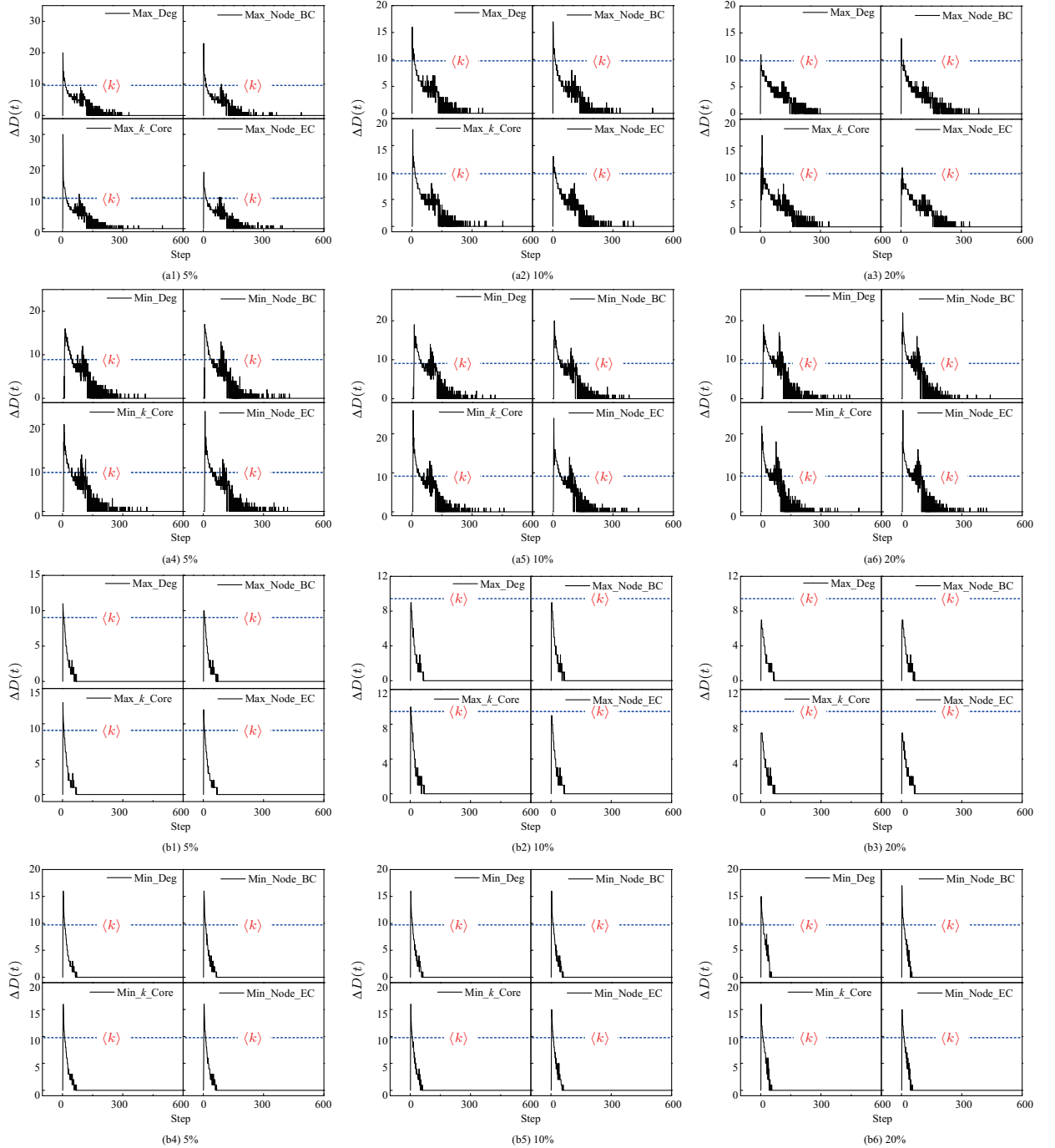


图 S14 基于 (a1)—(a6) 邮件病毒模型和 (b1)—(b6) SI 传播模型, 初始感染比例为 5%、10% 和 20% 时病毒在标准网络 ( $G_9$ ) 中的平均感染度示意图

Fig. S14. The illustrations of average degree of the incremental infected nodes in  $G_9$  based on the (a1)—(a6) email propagation model and (b1)—(b6) SI model respectively, in which 5%, 10% and 20% nodes are selected as the initial infected nodes according to four different centralities.

### S3 以人工网络 ( $G_4$ ) 和标准网络 ( $G_9$ ) 为例给出传播模式

以BA无标度网络 ( $G_1$ )、人工网络 ( $G_4$ ) 以及标准网络 ( $G_9$ ) 为例验证传播过程中存在的两种传播模式, 每次迭代过程中新增感染节点的平均度数  $\Delta D(t)$ . 其中, BA无标度网络 ( $G_1$ ) 下的统计结果已在正文中给出, 人工网络 ( $G_4$ ) 和标准网络 ( $G_9$ ) 下的统计结果如图 S13 和图 S14 所示. 图中 (a1)—(a3) 和 (b1)—(b3)、(a4)—(a6) 和 (b4)—(b6) 分别是初始感染最大、最小中心性节点情况下的统计结果,  $\langle k \rangle$  值表示当前网络的平均度.

图 S13 和图 S14 揭示出无标度网络下, 传播过程中存在以下 3 点特性.

1) 即使在初始感染最小中心性节点的情况下, 传播行为仍趋向于优先感染高链接度的节点.

2) 基于邮件病毒的传播过程中, 平均感染度具有两处明显的峰值变化. 通过图 S13 和图 S14 ((a1) 和 (a4)、(a2) 和 (a5)、(a3) 和 (a6)) 可以发现, 随着初始感染比例的升高, 初始感染最小中心性节点的情况下, 处于两个峰值间的平均感染度明显高于网络平均度  $\langle k \rangle$ , 而初始感染最大中心性节点的情况下, 整个传播过程中的平均感染度明显低于网络平均度  $\langle k \rangle$ . 与此同时, 通过图 S13 和图 S14 ((a4)—(a6)) 可以发现, 初始感染最小中心性节点下的峰值间的平均感染度呈现增强的趋势.

在SI模型下的传播过程中, 通过图 S13 和图 S14 ((b1) 和 (b4)、(b2) 和 (b5)、(b3) 和 (b6)) 可以发现, 同样存在初始感染最小中心性节点情况下的峰值高于初始感染最大中心性节点的情况 (注: 图 S13 (b1)—(b3) 中峰值小于网络平均度  $\langle k \rangle$ ).

这一现象为传播速率以及传播规模交叉现象的产生提供了必要条件.

3) 基于邮件病毒的传播过程中, 两处明显的峰值现象以及传播过程中的波动现象, 说明传播过程中的确存在两种传播模式. 峰值间的传播过程表现为“扇形”模式. 当传播增量图中的  $\Delta I(t)$  逐渐趋于 0 时, 说明传播过程表现为从“扇形”模式向“链型”模式的逐渐转化.